

CHỦ ĐỀ 4: CHIA ĐƠN THỨC, ĐA THỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Chia đơn thức cho đơn thức

* Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp A chia hết cho B) ta làm như sau :

+ Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B.

+ Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa cùng biến đó trong B.

+ Nhân các kết quả vừa tìm được với nhau.

* Với mọi $x \neq 0$, $m, n \in \mathbb{N}$ ta có :

$$x^m : x^n = x^{m-n} \text{ (nếu } m > n \text{)}$$

$$x^m : x^n = 1 \text{ (nếu } m = n \text{)}$$

$$(x^m)^n = x^{m.n}$$

$$x^0 = 1 \quad ; \quad 1^n = 1$$

$$(-x)^n = x^n \text{ nếu } n \text{ là một số chẵn}$$

$$(-x)^n = -x^n \text{ nếu } n \text{ là số lẻ}$$

$$(x - y)^2 = (y - x)^2$$

$$(x - y)^n = (y - x)^n \text{ với } n \text{ là số chẵn}$$

2. Chia đa thức cho đơn thức

Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp các hạng tử của đa thức A đều chia hết cho đơn thức B), ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

3. Định lý Bezout

Dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho nhị thức bậc nhất $x - a$ là $f(a)$

Hệ quả : Đa thức $f(x)$ chia hết cho nhị thức bậc nhất $x - a$ khi và chỉ khi $f(a) = 0$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC

Bài toán 1 : Thực hiện phép tính chia đơn thức cho đơn thức.

a) $10x^3y^2z : (-4xy^2z)$

f) $(-35xy^5z) : (-12xy^4)$

b) $32x^2y^3z^4 : 14y^2z$

g) $x^3y^4 : x^3y$

c) $25x^4y^5z^3 : (-3xy^2z)$

h) $18x^2y^2z : 6xyz$

d) $5x^3y^2z : (-2xyz)$

i) $27x^4y^2z : 9x^4y$

e) $(-12x^5y^4) : (-4x^2y)$

k) $5x^3y : 23xy$

DẠNG 2: CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

Bài toán 2 : Thực hiện phép tính.

a) $(4x^5 - 8x^3) : (-2x^3)$

b) $(9x^3 - 12x^2 + 3x) : (-3x)$

c) $(xy^2 + 4x^2y^3 - 3x^3y^4) : (-2xy^2)$

d) $(-3x^2y^3 + 4x^3y^4 - y^4y^5) : (-x^2y^3)$

e) $[2(x - y)^3 - 7(y - x)^2 - (y - x)] : (x - y)$

f) $[3(x - y)^5 - 2(x - y)^4 + 3(x - y)^2] : [5(x - y)^2]$

DẠNG 3 : CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN ĐÃ SẮP XẾP.

Bài toán 3 : Thực hiện phép chia.

a) $(2x^3 - 5x^2 - x + 1) : (2x + 1)$

b) $(x^3 - 2x + 4) : (x + 2)$

c) $(6x^3 - 19x^2 + 23x - 12) : (2x - 3)$

d) $(x^4 - 2x^3 - 1 + 2x) : (x^2 - 1)$

e) $(6x^3 - 5x^2 + 4x - 1) : (2x^2 - x + 1)$

f) $(x^4 - 5x^2 + 4) : (x^2 - 3x + 2)$

g) $(x^3 - 2x^2 - 5x + 6) : (x + 2)$

h) $(x^3 - 2x^2 + 5x + 8) : (x + 1)$

DẠNG 4: TÌM THƯƠNG VÀ DƯ TRONG PHÉP CHIA ĐA THỨC

Phương pháp giải :

Từ điều kiện đề bài trên, ta đặt phép chia $A : B$ được kết quả là thương Q và dư R .

Bài toán 4 : Tìm thương Q và dư R sao cho $A = B.Q + R$ biết.

a) $A = x^4 + 3x^3 + 2x^2 - x - 4$ và $B = x^2 - 2x + 3$

b) $A = 2x^3 - 3x^2 + 6x - 4$ và $B = x^2 - x + 3$

c) $A = 2x^4 + x^3 + 3x^2 + 4x + 9$ và $B = x^2 + 1$

d) $A = 2x^3 - 11x^2 + 19x - 6$ và $B = x^2 - 3x + 1$

e) $A = 2x^4 - x^3 - x^2 - x + 1$ và $B = x^2 + 1$

DẠNG 5: TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA m ĐỂ ĐA THỨC A CHIA HẾT CHO ĐA THỨC B

I/ Phương pháp giải:

* Thực hiện phép chia $A : B$ để tìm biểu thức dư R theo m

Để A chia hết cho B thì $R = 0 \Rightarrow m =$

* Tìm số nguyên n để A chia hết cho B (với A, B là các biểu thức theo n)

- Thực hiện $A : B$ tìm số dư là số nguyên k , thương là biểu thức Q

- Viết $A = Q.B + k$

- Để A chia hết cho $B \Leftrightarrow k$ chia hết cho $B \Leftrightarrow B$ là Ư(k) $\Rightarrow n =$

II/ Các ví dụ.

Ví dụ 1: Tìm giá trị nguyên của n để giá trị biểu thức $4n^3 - 4n^2 - n + 4$ chia hết cho giá trị của biểu thức $2n + 1$.

Giải

Thực hiện phép chia $4n^3 - 4n^2 - n + 4$ cho $2n + 1$, ta được :

$$4n^3 - 4n^2 - n + 4 = (2n + 1).(n^2 + 1) + 3$$

Từ đó, để có phép chia hết điều kiện là 3 chia hết cho $2n + 1$, tức là cần tìm giá trị nguyên của n để $2n + 1$ là ước của 3, ta được :

$$2n + 1 = 3 \quad n = 1$$

$$2n + 1 = 1 \quad n = 0$$

$$2n + 1 = -3 \quad n = -2$$

$$2n + 1 = -1 \quad n = -1$$

Vậy $n = 1, n = 0, n = -2$ thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Ví dụ 2: Tìm m sao cho đa thức A chia hết cho đa thức B biết

$$A = 8x^2 - 26x + m \text{ và } B = 2x - 3$$

Giải

$A : B$ được thương là $4x - 7$ và số dư là $m - 21$

Để A chia hết cho B thì $m - 21 = 0 \Leftrightarrow m = 21$

III/ Vận dụng.

Bài toán 5: Tìm m sao cho đa thức A chia hết cho đa thức B biết.

b) $A = x^3 + 4x^2 + 4x + m$ và $B = x + 3$

c) $A = x^3 - 13x + m$ và $B = x^2 + 4x + 3$

d) $A = x^4 + 5x^3 - x^2 - 17x + m + 4$ và $B = x^2 + 2x - 3$

e) $A = 2x^4 + mx^3 - mx - 2$ và $B = x^2 - 1$

Bài toán 6 : Cho các đa thức sau:

$$A = x^3 + 4x^2 + 3x - 7 \quad B = x + 4$$

a) Tính $A : B$

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ sao cho A chia hết cho B

Bài toán 7 : Tìm x, biết.

a) $(8x^2 - 4x) : (-4x) - (x + 2) = 8$

b) $(2x^4 - 3x^3 + x^2) : (-x^2) + 4(x - 1)^2 = 0$

Bài toán 8 : Tìm giá trị nguyên của n để giá trị của biểu thức A chia hết cho giá trị của biểu thức B biết.

a) $A = 8n^2 - 4n + 1$ và $B = 2n + 1$

b) $A = 3n^3 + 8n^2 - 15n + 6$ và $B = 3n - 1$

c) $A = 4n^3 - 2n^2 - 6n + 5$ và $B = 2n - 1$

DẠNG 6 : ỨNG DỤNG ĐỊNH LÝ Bezout

I/ Định lý:

Dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho nhị thức bậc nhất $x - a$ là $f(a)$

Hệ quả : Đa thức $f(x)$ chia hết cho nhị thức bậc nhất $x - a$ khi và chỉ khi $f(a) = 0$

II/ Vận dụng.

Bài toán 9 : Không làm phép chia hãy tìm số dư khi :

a) Khi $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 3$ chia cho $x - 2$

b) Khi $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 1$ chia cho $x + 1$

c) Khi $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ chia cho $x - 2$

d) Khi $f(x) = x^{27} + x^9 + x^3 + x$ chia cho $x - 1$

Bài toán 10 : Chứng minh :

a) $x^{50} + x^{10} + 1$ chia hết cho $x^{20} + x^{10} + 1$

b) $x^{2012} + x^{2008} + 1$ chia hết cho $x^2 + x + 1$

